MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

S.S.M.R.- filiala Botoșani

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BOTOȘANI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, BOTOȘANI
07.02.2026

Clasa a VIII-a

Subiectul I (21 puncte)

a) Determinați $n \in N^*$ pentru care are loc egalitatea:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\ldots\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}=59.$$

b) Fie a, b, c numere naturale nenule astfel încât: $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = a \cdot b \cdot c$. Calculați valoarea expresiei: $E(a,b,c)=\frac{a+100}{a}+\frac{b+100}{b}+\frac{c+100}{c}$

Subiectul II (21 puncte)

Se consideră relația: $\sqrt{a^4-4a^2+5}+\sqrt{b^6-16b^3+68}+\left|a^2-b+c-\sqrt{2}\right|=3$

a) Determinați numerele reale pozitive a, b, c, care verifică relația de mai sus.

b) Verificați dacă numărul $\left(\frac{a+c}{b}\right)^{2026}$ este număr rațional.

Subiectul III (21 puncte)

În cubul $ABCDA'B'C'D'$, punctele M și N sunt proiecțiile punctului D' pe diagonalele $A'C$, respective AC'. Să se arate că:

a) $A'C \perp (D'MB')$;

b) $MN \parallel (ABC)$.

Subiectul IV (21 puncte)

Se consideră piramida patrulateră regulată $SABCD$ cu muchia bazei $AB = 24$ cm și muchia laterală $SA = 12\sqrt{3}$cm. Fie M mijlocul segmentului BC și T punctul situat pe muchia DC, pentru care $ST + TM$ este minimă. Determinați lungimea segmentului CT.

(Gazeta Matematică)

Notă:

- **Timp de lucru 3 ore;**
- **Toate subiectele sunt obligatorii;**
- **Se acordă 16 puncte din oficiu.**