



# CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„8 spre 10”



Ediția a VII a – 13 aprilie 2024

CLASA A VII A

## Subiectul I (7 puncte)

Se consideră suma  $S_n = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}$ , unde  $n$  este număr natural nenul.

a) Calculați  $S_{195}$ .

b) Determinați numerele naturale nenule  $n$ ,  $n < 35$  pentru care  $S_n \in \mathbb{Q}$ .

## Subiectul II (7 puncte)

a) Se dau numerele raționale  $a, b, c$ , astfel ca  $\frac{2024}{a+3} + \frac{2024}{b+4} + \frac{2024}{c+5} = 2023$ ,  
 $a \neq -3$ ,  $b \neq -4$ ,  $c \neq -5$ . Aflați valoarea numărului rațional  $n$ , unde

$$n = \frac{a-1}{a+3} + \frac{b}{b+4} + \frac{c+1}{c+5}.$$

b) Dacă  $x$  și  $y$  sunt numere reale nenule, astfel încât  $5x^3 + 2x^2y = 2y^3 + 5xy^2$ , arătați că

$$\frac{3x + 4y}{4x + 3y} \in \mathbb{Z}$$

## Subiectul III (7 puncte)

Se consideră  $\triangle ABC$ ,  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AD$  înălțimea corespunzătoare ipotenuzei,  $D \in (BC)$ . Știind că  $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$  și  $AD = 36$  cm, calculați:

a) Perimetrul și aria  $\triangle ABC$ .

b) Valoarea raportului  $\frac{A_{\triangle ABD}}{A_{\triangle ACD}}$ .

## Subiectul IV (7 puncte)

Arătați că într-un trapez isoscel înălțimea este egală cu linia mijlocie dacă și numai dacă diagonalele sunt perpendiculare.

**Timp de lucru 2 ore.**

**SUCCES!**