

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Subiectul I (7 puncte)

- a) Produsul a 2024 de numere întregi consecutive este egal cu 0. Să se afle cea mai mică și cea mai mare valoare pe care o poate lua suma celor 2024 de numere întregi.
- b) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația: $(x + 1)(y + 3) = 4$.

Soluție:

$$a) S_{\max} = 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 2023 = \frac{2023 \cdot 2024}{2} = 2047276 \dots\dots\dots 1p$$

$$S_{\min} = (-2023) + (-2022) + (-2021) + \dots + (-1) + 0 = -2047276 \dots\dots\dots 2p$$

$$b) 4 = 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 = 4 \cdot 1 = (-1) \cdot (-4) = (-2) \cdot (-2) = (-4) \cdot (-1) \dots\dots\dots 1p$$

$$(x, y) \in \{ (0, 1); (3, -2); (-2, -7); (-5, -4); (1, -1); (-3, -5) \} \dots\dots\dots 2p$$

1 P OFICIU

Subiectul al II – lea

În ce bază numărul 297 este divizor al lui 792 ?

Soluție:

$$C = \frac{792_b}{297_b} = \frac{7 \cdot b^2 + 9b + 2}{2 \cdot b^2 + 9b + 7} = \frac{7 \cdot b^2 + 7b + 2b + 2}{2 \cdot b^2 + 2b + 7b + 7} = \frac{7b(b+1) + 2(b+1)}{2b(b+1) + 7(b+1)} = \frac{(b+1)(7b+2)}{(b+1)(2b+7)} = \frac{7b+2}{2b+7} < 4$$

.....2p

$$C > 1, C \in \mathbb{N}, C < 4 \Rightarrow C \in \{2; 3\} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Din } C = 2 \text{ se obține } b = 4 \text{ –nu convine..... 1p}$$

$$\text{Din } C = 3 \text{ se obține } b = 19 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare 1p}$$

OFICIU 1 P

Subiectul al III – lea

Se consideră unghiurile adiacente și complementare $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ și punctele D, E, F situate în interiorul $\sphericalangle AOB$ astfel încât $\sphericalangle AOD = \sphericalangle DOE = \sphericalangle EOF = \sphericalangle FOB$. Fie OM bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$.

a) Aflați măsura unghiului $\sphericalangle EOM$;

b) Știind că ON este semidreapta opusă semidreptei OF iar măsura unghiului $\sphericalangle COF$ este jumătate din măsura unghiului $\sphericalangle NOC$, determinați măsura unghiului $\sphericalangle BON$.

(Gazeta Matematică)

Soluție:

a) Notăm $\sphericalangle AOD = x$ și $\sphericalangle BOM = y$, se obține $4x + 2y = 90^\circ$ 1p

$\sphericalangle EOM = 2x + y = 45^\circ$ 2p

b) $\sphericalangle FON = 180^\circ$, $\sphericalangle COF = \frac{1}{2} \sphericalangle NOC$ se obține $\sphericalangle COF = 60^\circ$ 1p

$x = 10^\circ$ 1p

$y = 25^\circ$ 1p

$\sphericalangle BON = 170^\circ$ 1p

OFICIU 1 P

Subiectul al IV – lea

Triunghiul ABC este isoscel de bază BC cu $\sphericalangle A > 90^\circ$. Se consideră FD și GE mediatoarele laturilor AB, respectiv, AC cu $D \in AB$, $E \in AC$, $F \in BC$, $G \in BC$, iar $DF \cap GE = \{H\}$.

a) Arătați că triunghiul HDE este isoscel;

b) Arătați că $HA \perp DE$.

Soluție:

a) $HB = HC$ 1p

$\sphericalangle ABH = \sphericalangle ACH$ 1p

Finalizare 1p

b) HA este bisectoarea $\sphericalangle DHE$ 2p

Finalizare 1p

OFICIU 1 P