

**Concursul Național de Matematică pentru clasele a V-a – a VIII-a
„OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA” 2025****etapa județeană, 12.04.2025****clasa a V- a****BAREM****Subiectul I**

- 1) Aflați x din egalitatea: $(2025^0 + 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2024}) \cdot x = 2^{2025}$

Soluție:

$$(1 + 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2024}) \cdot x = 2^{2025}$$

$$\text{Fie } S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2024}$$

$$2S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025} \quad 1p$$

$$2S - S = 2^{2025} - 1 \quad 1p$$

$$(1 + 2^{2025} - 1) \cdot x = 2^{2025}$$

$$2^{2025} \cdot x = 2^{2025}$$

$$x = 1 \quad 1p$$

- 2) Se dau numerele naturale $a = 2^{n+2} - 3 \cdot 2^n$ și $b = 2^2 \cdot 3^{m+2} - 3^{m+3}$.
Determinați numerele naturale n și m , astfel încât numerele a și b să ocupe locurile
129, respectiv 2188 în șirul numerelor naturale.

Soluție:

$$a = 2^{n+2} - 3 \cdot 2^n = 2^n \cdot 4 - 3 \cdot 2^n = 2^n \cdot (4 - 3) = 2^n \quad 1p$$

$$b = 2^2 \cdot 3^{m+2} - 3^{m+3} = 2^2 \cdot 3^m \cdot 3^2 - 3^m \cdot 3^3 = \quad 1p$$

$$= 3^m \cdot (2^2 \cdot 3^2 - 3^3) = 3^m \cdot (4 \cdot 9 - 27) = 3^m \cdot (36 - 27) = 3^m \cdot 9$$

$$a = 2^n = 128 = 2^7 \rightarrow n = 7 \quad 1p$$

$$b = 3^m \cdot 9 = 2187 \rightarrow 3^m = 2187 \div 9 \rightarrow 3^m = 243 = 3^5 \rightarrow m = 5 \quad 1p$$

Subiectul II

- 1) Restul împărțirii unui număr natural a la 6 este 4. Restul împărțirii unui număr
natural b la 9 este 7. Calculați restul împărțirii numărului $4b + 3a$ la 18.

Soluție:

$$a = 6 \cdot c_1 + 4, b = 9 \cdot c_2 + 7 \quad 1p$$

$$4b + 3a = 4 \cdot (9 \cdot c_2 + 7) + 3 \cdot (6 \cdot c_1 + 4) =$$

$$= 36 \cdot c_2 + 28 + 18 \cdot c_1 + 12 = 18 \cdot (2c_2 + c_1 + 2) + 4 \quad 2p$$

$$4b + 3a = 18 \cdot c + 4 \rightarrow \text{rest} = 4 \quad 1p$$

- 2) Arătați că $(\overline{7xx1} + \overline{1xx7}) : 11$.

Soluție:

$$\overline{7xx1} + \overline{1xx7} = \quad 1p$$

$$= 7 \cdot 1000 + x \cdot 100 + x \cdot 10 + 1 + 1000 + x \cdot 100 + x \cdot 10 + 7 =$$

$$= 8008 + 220x = 11 \cdot (728 + 20x) : 11 \quad 2p$$

Subiectul III

Două echipe de muncitori au de efectuat o lucrare. Prima echipă lucrează 4 zile, iar a doua, 6 zile și se termină lucrarea. Lucrarea se termină și dacă prima echipă lucrează 2 zile, iar a doua echipă lucrează 9 zile. În câte zile termină lucrarea fiecare echipă, lucrând singură?

Soluție:

4 zile prima echipă	6 zile a doua echipă.....	1 lucrare	·3	1p
2 zile prima echipă	9 zile a doua echipă.....	1 lucrare		
12 zile prima echipă	18 zile a doua echipă.....	3 lucrări		
4 zile prima echipă	18 zile a doua echipă.....	2 lucrări		
8 zile prima echipă	/	1 lucrare		3p
4 zile prima echipă	18 zile a doua echipă.....	2 lucrări		
4 zile prima echipă	6 zile a doua echipă.....	1 lucrare		
/	12 zile a doua echipă.....	1 lucrare		3p

Subiectul IV

La o librărie au fost aduse 43 de truse cu două, trei și respectiv patru creioane, în total 127 creioane. Știind că numărul truselor cu trei creioane este de trei ori mai mare decât al celor cu două creioane, aflați numărul truselor de fiecare fel.

Soluție:

Presupunem că toate cele 43 de truse sunt cu 4 creioane

$$43 \cdot 4 = 172 \text{ creioane}$$

$$172 - 127 = 45 \text{ (creioane ar fi mai multe)} \quad 1p$$

La un grup de 3 truse cu 3 creioane și o trusă cu 2 creioane s-au adăugat, conform presupunerii, $(4 - 3) \cdot 3 + (4 - 2) \cdot 1 = 5$ creioane 2p

Avem $45 : 5 = 9$ grupe 1p

Atunci sunt: $9 \cdot 1 = 9$ truse cu 2 creioane

$$9 \cdot 3 = 27 \text{ truse cu 3 creioane}$$

$$43 - (9 + 27) = 7 \text{ truse cu 4 creioane} \quad 3p$$