CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „DIMITRIE POMPEIU”
ediția a XXIV – a
Botoșani, 08.05.2026

Clasa a VII-a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

NOTĂ:

- Fiecare corector acordă pe fiecare subiect un număr întreg de puncte.
- Diferența dintre punctajele acordate poate fi de maxim un punct.
- Punctajul final este media punctajelor acordate de cei doi corectori.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Subiectul I (7 puncte)

a) Fie $n \in N^*$ și numerele: a=$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{5\cdot 7}+\frac{1}{9\cdot 11}+..........+\frac{1}{(4n+1)(4n+3)}$ și

b=$\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{7\cdot 9}+\frac{1}{11\cdot 13}+...............+\frac{1}{(4n-1)(4n+1)}$. Arătați că $\sqrt{a\cdot b}<\frac{1}{4}$

b) Aflați numerele întregi x și y care verifică relația: $x + 2y = 3 - xy$.

Soluție:

Oficiu...1p

a) Calculează $a+b=\frac{1}{2}\cdot\frac{4n+2}{4n+3}=\frac{2n+1}{4n+3}$ **1p**

$\frac{2n+1}{4n+3}<\frac{1}{2}$..**1p**

$\sqrt{a\cdot b}\le\frac{a+b}{2}<\frac{1}{4}$..**1p**

b) $x=\frac{3-2y}{1+y}$ **1p**

$(x,y)\in\{(3,0),(-7,-2),(-1,4),(-3,-6)\}$..**2p**

Subiectul II(7 puncte)

a) Aflați cifrele x și y astfel încât $\sqrt{\overline{0,xx(y)}+\overline{0,yy(x)}}\in Q$

b) Calculați suma S=$\left[\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right]+\left[\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right]+.....+\left[\frac{n+\sqrt{n}}{n}\right]$, unde $n\in N^*-\{1\}$.

Soluție:

Oficiu **1p**

a) Obține $\sqrt{\overline{0,xx(y)}+\overline{0,yy(x)}}=\frac{\sqrt{x+y}}{3}$ 1p

x+y pătrat perfect rezultă x+y $\in\{0,1,4,9,16\}$..1p

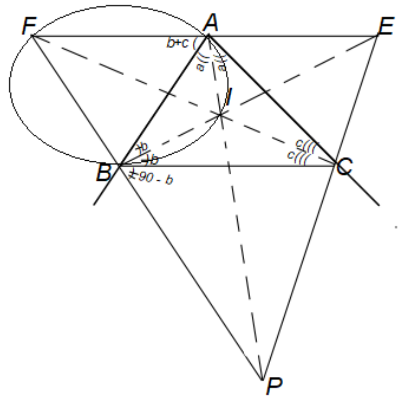
Finalizare -scrie cele 21 de perechi de cifre 1p

b) Avem $\left[\dfrac{k+\sqrt{k}}{k}\right]=\left[1+\dfrac{\sqrt{k}}{k}\right]=1$……………………………………………………1p

Argumentează că suma este egală cu $n-1$
……………………………………………………………….2p

Subiectul III (7 puncte)

Fie triunghiul ABC și I centrul cercului înscris în triunghi. Dreapta BI intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului AIC în punctul E, iar dreapta CI intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului AIB în punctul F. Dacă BF∩CE={P}, demonstrați că punctele A, I și P sunt coliniare.



Soluție:

Oficiu.. **1p**

Se notează ∢BAC = 2a, ∢ ABC = 2b, ∢ ACB = 2c.. **1p**

Patrulaterele AFBI și AICE sunt înscrise în cerc, ∢FAB = ∢BIF = b + c , ∢BIF este unghi exterior ΔBIC

∢ FAI = a + b + c = 90^0, deci ∢ FBI = 90^0, prin urmare ∢ PBC = 90^0 – b, deci

BP = bisectoarea unghiului exterior din B a ΔABC... **3**

Analog, se obține, CP este bisectoarea unghiului exterior din C a ΔABC **1p**

Cum cele două bisectoare exterioare și bisectoarea interioară a ∢ BAC, sunt concurente, rezultă că punctele A, I, P sunt coliniare ……………….. **1p**

PROBLEMA SUPLIMENTARĂ

Avem la dispoziție dale dreptunghiulare ale căror dimensiuni exprimate în centimetri sunt numerele prime m și n, distincte. Care este aria suprafeței celui mai mic teren sub formă de pătrat care poate fi pavat cu astfel de dale?

SOLUȚIE:

Fie pătratul cu latura $m \cdot n$ (centimetri). Dacă împărțim una din laturile terenului în n părți egale și o latură alăturată în m părți egale, vom obține $m \cdot n$ dreptunghiuri. Aria acestui pătrat va fi egală cu $(m^2 \cdot n^2)cm^2$.

Acum considerăm pătratul format din N astfel de dreptunghiuri cu latura p(cm). Avem $N \cdot (m \cdot n) = p^2$, unde m/p și n/p. Cum m și n sunt numere prime distincte , rezultă că mn/p iar cel mai mic pătrat are latura $m \cdot n$ (centimetri) și aria $(m^2 \cdot n^2)cm^2$.