



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„DIMITRIE POMPEIU”
ediția a XXIII – a
Botoșani, 10.05.2025**



**Clasa a V-a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

NOTĂ:

- Fiecare corector acordă pe fiecare subiect un număr întreg de puncte.
- Diferența dintre punctajele acordate poate fi de maxim un punct.
- Punctajul final este media punctajelor acordate de cei doi corectori.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

SUBIECTUL I

Un grup de turiști pleacă de la o cabană la ora 8:00 dimineața și merg cu 6 km/h spre următorul obiectiv turistic. Unul dintre ei primește la o cabană o telegramă, iar la ora 12:00 ea este trimisă cu un curier turistului. Dacă curierul se deplasează cu 14 km/h, după cât timp și de la ce distanță de cabană va ajunge curierul grupul de turiști?

Soluție:

Oficiu.....1p

Câți km parcurge grupul de turiști între orele 8 și 12?

$4 \cdot 6 = 24$ km (sunt parcurși până la următorul obiectiv).....2p

Câți km sunt recuperați din distanță?

$14 - 6 = 8$ km (sunt recuperați din distanță, într-o oră).....1p

În cât timp se recuperează această distanță?

$24 \div 8 = 3$ ore (timpul în care curierul ajunge grupul din urmă).....2p

$14 \cdot 3 = 42$ km (parcurge curierul până la grupul de turiști).....1p

SUBIECTUL al II-lea

Fie numărul $A = 2^{2026} + 2^{2025} + 2^{2022}$. Demonstrați că $(A - 600) : 1000$.

(GM nr. 2/2025)

Soluție

Oficiu.....1p

$A = 2^{2026} + 2^{2025} + 2^{2022} = 2^{2022}(16 + 8 + 1) = 2^{2022} \cdot 25 = 2^{2020} \cdot 100$ 2p

$U(2^{2020}) = 6$1p

Ultimile 3 cifre ale lui A sunt 600.....1p

Finalizare.....1p

SUBIECTUL al III-lea

Fie $P = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 2023! \cdot 2024!$. Ce factor de forma $n!$ trebuie eliminat din acest produs pentru ca numărul rămas să fie pătrat perfect? Am notat $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Soluție:

Oficiu.....1p

Pentru scrierea lui $1! = 1, 2! = 1 \cdot 2, 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3, \dots, 2024! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2024$ 1p

$P = 1^{2024} \cdot 2^{2023} \cdot 3^{2022} \cdot 4^{2021} \cdot 5^{2020} \cdot \dots \cdot 2023^2 \cdot 2024$ 1p

$P = 1^{2024} \cdot 2^{2022} \cdot 2 \cdot 3^{2022} \cdot 4^{2020} \cdot 4 \cdot 5^{2020} \cdot \dots \cdot 2023^2 \cdot 2024$ 1p



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „DIMITRIE POMPEIU”



ediția a XXIII – a
Botoșani, 10.05.2025

$$P = 1^{2024} \cdot 2^{2022} \cdot 3^{2022} \cdot 4^{2020} \cdot 5^{2020} \cdot \dots \cdot 2023^2 \cdot (2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2024) \dots 1p$$

$$P = 1^{2024} \cdot 2^{2022} \cdot 3^{2022} \cdot 4^{2020} \cdot 5^{2020} \cdot \dots \cdot 2023^2 \cdot (2^{1012} \cdot 1012!) \dots 1p$$

$$P = (1^{1012} \cdot 2^{1011} \cdot 3^{1011} \cdot 1010 \cdot 5^{1010} \cdot \dots \cdot 2023^1 \cdot 2^{506})^2 \cdot 1012! \dots 1p$$

PROBLEMĂ SUPLIMENTARĂ

Arătați că există o infinitate de numere de forma $7^a + 7^b + 7^c + 7^d$ cu a, b, c, d numere naturale care sunt pătrate perfecte și că nici un număr de forma $9^x + 9^y + 9^z$ cu x, y, z numere naturale nu este pătrat perfect.

Soluție:

Luăm $a = 2k, b = 2k + 1, c = 2k + 2, d = 2k + 3, k$ număr natural. Avem:

$$7^a + 7^b + 7^c + 7^d = 7^{2k} + 7^{2k+1} + 7^{2k+2} + 7^{2k+3} = 7^{2k}(1 + 7 + 7^2 + 7^3) = 7^{2k} \cdot 400 = (7^k \cdot 20)^2,$$

cum k este număr natural, avem o infinitate de pătrate perfecte.

Avem $9^x + 9^y + 9^z = (8 + 1)^x + (8 + 1)^y + (8 + 1)^z = M_4 + 3$, cum nici un pătrat nu poate avea forma $4k+3$, obținem că nu există pătrate perfecte de forma $9^x + 9^y + 9^z$.