



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE  
MATEMATICĂ  
„DIMITRIE POMPEIU”  
ediția a XXIV – a  
Botoșani, 08.05.2026**



**Clasa a V-a**

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

**NOTĂ:**

- Fiecare corector acordă pe fiecare subiect un număr întreg de puncte.
- Diferența dintre punctajele acordate poate fi de maxim un punct.
- Punctajul final este media punctajelor acordate de cei doi corectori.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

**Subiectul I**

Determinați numerele de două cifre, scrise în baza 10, care verifică relația :

$$\overline{ab} = 5(a + b) + a \cdot b$$

(Gazeta Matematica)

**SOLUȚIE:**

$a=1,2,\dots,9$  și  $b=0,1,\dots,9$

$10a+b=5a+5b+ a \cdot b$ .....1p

Obține  $5a= b(a+4)$ .....2p

Rezultă că  $b<5$ , deci  $b=0,1,2,3$  sau  $4$ .....1p

Verificarea fiecărui caz

Dacă  $b=0$ , atunci  $a=0$  nu este permis

Dacă  $b=1$ , atunci  $a=1$ . Obținem  $\overline{ab} = 11$

Dacă  $b=2$ , atunci  $a= 8:3$ , nu convine

Dacă  $b=3$ , atunci  $a=12 :2=6$ . Obținem  $\overline{ab} = 63$

Dacă  $b=4$ , atunci  $a=16$ , nu convine.....3p

**Problema 2**

Se dau numerele:  $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2023}{2024}$  și  $B = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2024}{2025}$

a) Să se arate că  $A \cdot B$  este pătratul unui număr rațional.

b) Să se arate că  $A < \frac{1}{45} < B$ .

**SOLUȚIE:**

a)  $A \cdot B = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2023}{2024} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2024}{2025} = \frac{1}{2025}$  .....1p

$\frac{1}{2025} = \left(\frac{1}{45}\right)^2$  .....1p

b) observă că  $A$  și  $B$  au același număr de factori.....1p

demonstrează că  $\frac{n}{n+1} < \frac{n+1}{n+2}$ .....2p

compară factor cu factor și obține  $A < B$ .....1p

$A \cdot A < A \cdot B < B \cdot B$ , finalizare.....1p

**Subiectul III**

Se dau șirurile de numere naturale:

$a_1 = 1 + 2 + 3$ ,  $a_2 = 2 + 3 + 4 + 5$ ,  $a_3 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7$ , ...

$b_1 = 1 + 2$ ,  $b_2 = 2 + 3 + 4$ ,  $b_3 = 3 + 4 + 5 + 6$ , ....



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE  
MATEMATICĂ  
„DIMITRIE POMPEIU”  
ediția a XXIV – a  
Botoșani, 08.05.2026**



$$c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1 + 2, c_4 = 1 + 2 + 3, \dots$$

a) Calculați  $a_{10} + c_{10}$

b) Arătați ca  $a_{1012} + 2 \cdot c_{1012} + b_{1012}$  este patrat perfect.

c) Sa se arate ca daca  $S = a_1 + a_2 + \dots + a_{1012} + 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + \dots + 2 \cdot c_{1012} + b_1 + b_2 + \dots + b_{1012}$ , atunci  $S+1 = \frac{2025 \cdot 2026 \cdot 2027}{6}$

**SOLUȚIE**

a) Observă regula de construire a termenilor

$$a_n = n + (n + 1) + \dots + (2n + 1)$$

$$c_n = 1 + 2 + \dots + (n - 1), \text{ pentru } n \neq 0 \dots \dots \dots 1p$$

$$a_{10} + c_{10} = 1+2+\dots+9+10+\dots+21 = \frac{21 \cdot 22}{2} = 231 \dots \dots \dots 1p$$

b)  $a_{1012} + 2 \cdot c_{1012} + b_{1012} = (a_{1012} + c_{1012}) + (c_{1012} + b_{1012}) = \dots \dots \dots 1p$

$$(1+2+\dots+2025) + (1+2+\dots+2024) = \frac{2025 \cdot 2026}{2} + \frac{2024 \cdot 2025}{2} = \frac{2025 \cdot 2026 + 2024 \cdot 2025}{2} = 2025 \cdot 2025 = 2025^2 \dots \dots 1p$$

c)  $S + 1 = 1 + a_1 + a_2 + \dots + a_{1012} + 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + \dots + 2 \cdot c_{1012} + b_1 + b_2 + \dots + b_{1012} =$

$$1 + (a_1 + 2 \cdot c_1 + b_1) + (a_2 + 2 \cdot c_2 + b_2) + \dots + (a_{2012} + 2 \cdot c_{2012} + b_{2012}) =$$

$$1 + [(1 + 2 + 3) + (1 + 2)] + [(1 + 2 + 3 + 4) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5)] + \dots$$

$$+ [(1 + 2 + \dots + 2025) + (1 + 2 + \dots + 2024)] \dots \dots \dots 1p$$

$$S = 1 + \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 5}{2} + \frac{5 \cdot 6}{2} + \dots + \frac{2024 \cdot 2025}{2} + \frac{2025 \cdot 2026}{2} \dots \dots \dots 1p$$

$$A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + \dots + 2024 \cdot 2025 + 2025 \cdot 2026$$

$$3 \cdot A = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 3 + 5 \cdot 6 \cdot 3 + \dots + 2024 \cdot 2025 \cdot 3 +$$

$$+ 2025 \cdot 2026 \cdot 3 = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (4 - 1) + 3 \cdot 4 \cdot (5 - 2) + 4 \cdot 5 \cdot (6 - 3) +$$

$$+ 5 \cdot 6 \cdot (7 - 4) + \dots + 2024 \cdot 2025 \cdot (2026 - 2023) + 2025 \cdot 2026 \cdot (2027 - 2024) =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 4 - 1 \cdot 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 5 - 2 \cdot 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 \cdot 6 - 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 5 \cdot 6 \cdot 7 - 4 \cdot 5 \cdot 6 + \dots$$

$$+ 2024 \cdot 2025 \cdot 2027 - 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 + 2025 \cdot 2026 \cdot 2027 - 2024 \cdot 2025 \cdot 2026$$

$$3 \cdot A = 2025 \cdot 2026 \cdot 2027 \Rightarrow A = \frac{2025 \cdot 2026 \cdot 2027}{3}$$

Deci,  $S + 1 = \frac{2025 \cdot 2026 \cdot 2027}{6} \dots \dots \dots 1p$

**Problemă suplimentară**

Pe tablă sunt scrise numerele 1,2,3,...30. Doi colegi, Paul si Ion, realizează următorul joc: pe rând, șterg două numere la întâmplare a și b și scriu în locul lor numărul 3a+5b, prima operație o face Paul. Repetă aceasta operație până când pe tabla rămâne un singur număr. Paul spune că ultimul număr care rămâne pe tabla va fi par, Ion spune ca va fi impar. Cine are dreptate?(Justificați răspunsul)

**SOLUȚIE**

Fie a si b cele două numere ce sunt șterse și în locul lor scrie c=3a+5b.

Suma numerelor de pe tablă este

$$S = 1+2+3+\dots+30 = \frac{30 \cdot 31}{2} = 15 \cdot 31 = 465, \text{ un numar impar}$$

În urma unei operații se obține noua sumă  $S_1 = [S - (a + b)] + (3a + 5b)$

La o operație sunt posibile următoarele situații :

-cele două numere să fie pare, atunci suma lor este un număr par. Înlocuim astfel doua numere pare cu un alt număr par, deci suma rămâne impară.



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE  
MATEMATICĂ  
„DIMITRIE POMPEIU”  
ediția a XXIV – a  
Botoșani, 08.05.2026**



- cele doua numere să fie impare, atunci înlocuim două numere impare cu suma lor ce este un număr par  $S_1 = [S - (a + b)] + (3a + 5b) = (\text{impar} - \text{par}) + \text{par} = \text{impar}$
  - cele doua numere să fie de parități diferite, atunci înlocuim de pe tablă un număr impar cu suma lor ce este tot un număr impar. Astfel paritatea sumei numerelor de pe tablă nu se schimbă.
- Deoarece, în urma fiecărei operații suma elementelor de pe tablă nu își modifica paritatea , la final rămâne un număr impar.