

LUCRARE SCRISĂ SEMESTRIALĂ

Semestrul al II-lea, an școlar 2021-2022

Matematică, filiera teoretică, profil real,

specializarea științe ale naturii

clasa a XII-a

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.
- Timp de lucru: 50 de minute.

SUBIECTUL I**(3 puncte)**

Se consideră matricea $A(x, a) = \begin{pmatrix} x & a & a \\ -a & x & a \\ -a & -a & x \end{pmatrix}$, $a, x \in \mathbb{R}$

- 1p** a) Calculați $\det(A(1,2))$
- 1p** b) Arătați că $A(x, a) + A(x, -a) = 2xA(1,0)$, $\forall x, a \in \mathbb{R}$
- 1p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x, -1)) = 0$

SUBIECTUL al II-lea**(3 puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție

$$x \circ y = xy - 3x - 3y + 12.$$

- 1p** a) Arătați că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru $x, y \in \mathbb{R}$.
- 1p** b) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } 101 \text{ ori } x} = 2^{101} + 3$.
- 1p** c) Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$, arătați că $f(x \circ y) = f(x) \cdot f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea**(3 puncte)**

Se consider funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 - 4x$.

- 1p** a) Determinați numerele reale a știind că $\int_0^a f(x) dx = -1$
- 1p** b) Calculați $\int_1^e f(x) \ln x dx$
- 1p** c) Dacă F este o primitivă a funcției f , arătați că $F\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right) > F\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)$.

SUCCES!