

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„DIMITRIE POMPEIU”
13-15 mai 2022
EDIȚIA a xx-a
Clasa a VIII-a

Subiectul I

Numerele naturale a, b, c reprezintă lungimile laturilor unui triunghi. Știind că $a + b - c = 2$ și $c^2 - 2ab = 1$, stabiliți natura triunghiului.

(G.M. 4/2021, Adrian Bud, Negrești, Oaș)

Subiectul II

a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $2x^2 + 5y^2 + z^2 - 6x + 15y - z + 16 = 0$.

(G.M. 10/2020, Barbu Roșoiu, București)

b) Arătați că $4x_0^2 - 4y_0^2 + 4z_0^2 = 1$, unde (x_0, y_0, z_0) este o soluție a ecuației a).

Subiectul III

În triunghiul ABC se consideră cevielele AA' , BB' și CC' concurente în punctul P . Dacă patrulateralele $PA'CB'$, $PB'AC'$ și $PA'BC'$ sunt inscriptibile, arătați că:

- Triunghiul ABC este ascuțitunghic.
- Punctul P este centrul cercului înscris triunghiului $A'B'C'$.
- Dacă punctul A' este mijlocul laturii BC , atunci triunghiurile ABC și $AB'C'$ sunt isoscele.

(Artur Bălăucă)

Subiectul IV

Fie triunghiul ABC în care punctele B' și C' sunt picioarele bisectoarelor, respectiv a unghiurilor ABC și ACB .

Să se arate că dacă punctele C' , G și B' sunt coliniare, G fiind centrul de greutate al triunghiului ABC , atunci $\frac{1}{BC} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AB}$.

(Dan Brânzei)