

**LUCRARE SCRISĂ SEMESTRIALĂ**

Semestrul al II-lea, an școlar 2021-2022

Matematică, filiera teoretică, profil real,
specializarea matematică-informatică

varianta II

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.
- Timp de lucru: 50 de minute.

SUBIECTUL I**(3 puncte)**Pe mulțimea numerelor întregi \mathbb{Z} se consideră următoarele legi de compoziție:

$$x * y = x + y + 2 \text{ și } x \circ y = xy + 2x + 2y + 2.$$

- 1p** a) Să se determine elementele neutre ale celor două legi de compoziție;
- 1p** b) Să se afle elementele simetrizabile în raport cu legea „ \circ ”;
- 1p** c) Știind că $(\mathbb{Z}, *, \circ)$ este inel comutativ, arătați că nu are divizori ai lui zero.

SUBIECTUL al II-lea**(3 puncte)**Se consideră șirul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+3x+2} dx, n \in \mathbb{N}^*$.

- 1p** a) Calculați I_1 ;
- 1p** b) Demonstrați că $(I_n)_{n \geq 1}$ este șir monoton și mărginit și calculați limita șirului I_n ;
- 1p** c) Demonstrați că $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}$ și calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$

SUBIECTUL al III-lea**(3 puncte)**Se consideră funcția $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+x+2}{x-1}$.

- 1p** a) Să se afle ecuația asimptotei oblice la graficul lui f spre $+\infty$;
- 1p** b) Să se afle aria suprafeței mărginite de graficul lui f , asimptota oblică la graficul lui f spre $+\infty$ și dreptele de ecuații $x=2$ și $x=3$.
- 1p** c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_n^{n+1} f(x) dx$.

SUCCES!