



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

DIMITRIE POMPEIU

EDIȚIA XXII

BOTOȘANI 17 -19 MAI 2024

CLASA A VIII A

SUBIECTUL I (7 puncte)

Arătați că, dacă, $x, y \in (0; +\infty)$ și $x \cdot y = 1$, atunci:

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{x+y}.$$

SUBIECTUL II (7 puncte)

Se consideră numerele: $a = \frac{x}{x^2+x+1}$ și $b = \frac{x^4-x^2-1}{x^2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Se știe că numerele a și b sunt rationale. Arătați că x este număr rațional.

SUBIECTUL III (7 puncte)

$ABCD A' B' C' D'$ este un cub, $AC \cap BD = \{O\}$ și $A' C \cap C' O = \{G\}$.

a) Dacă $DG \cap (BB' C) = \{M\}$, demonstrați că M este mijlocul segmentului $[B' C]$.

b) Dacă E este simetricul punctului A' față de punctul A , demonstrați că dreptele ED și BG sunt coplanare.

PROBLEMA SUPLIMENTARĂ

Cum poate un croitor pasionat de geometrie să taie o bucată de pânză cu dimensiunile de 1m și 10 m în 5 bucăți care rearanjate să obțină un panou publicitar în formă de pătrat fără pierdere de material. Justificați răspunsul!

Notă: Timp de lucru 3 ore

Fiecare dintre subiectele I - III se notează de la 1 la 7 puncte