



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

DIMITRIE POMPEIU

EDIȚIA XXII

BOTOȘANI 17 -19 MAI 2024

CLASA A VII A

SUBIECTUL I (7 puncte)

- a) Arătați că nu există numere naturale n pentru care numărul $\sqrt{\sqrt{n} + \sqrt{n + 2022}}$ să fie număr natural.
- b) Determinați toate perechile (x,y) de numere naturale nenule, prime între ele, cu $x > y$, pentru care $\sqrt{\frac{7y^2}{x^2 - xy}}$ este număr natural.

SUBIECTUL II (7 puncte)

Fie numerele reale pozitive a, x, y care îndeplinesc simultan condițiile: $x = a - \sqrt{y}$ și $y = a + \sqrt{x}$. Știind că $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2023$ determinați numărul a .

SUBIECTUL III (7 puncte)

Considerăm triunghiul ABC cu $AB=AC$ și $\sphericalangle A=30^\circ$. În semiplanul determinat de dreapta AC și care nu conține punctul B se consideră punctul D astfel ca $\sphericalangle ACD=80^\circ$ și $\sphericalangle CBD=10^\circ$ iar în semiplanul determinat de dreapta AB și care nu conține punctul C se consideră punctul E astfel încât $\sphericalangle EBA=85^\circ$ și $\sphericalangle BED=25^\circ$. Demonstrați că $ED=AB$.

Problema suplimentară

În parcul „Florilor“ din orașul „Laleaua Neagră“ sunt 17 stejari seculari poziționați astfel încât oricare trei dintre ei sunt situați pe aceeași linie dreaptă. Între oricare doi stejari există câte o alee dreaptă pe marginea căreia s-au plantat trandafiri de aceeași culoare. Știind că s-au plantat trandafiri de trei culori: albi, galbeni și roșii, să se arate că există cel puțin 3 stejari astfel încât trandafirii plantați pe cele 3 alei dintre aceștia să aibă aceeași culoare.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Fiecare dintre subiectele I - III se notează de la 1 la 7 puncte